

在庫管理論の再構築

“件数”と“量/件”を識別して 受注量を捉える数式モデルの導出

サプライ・チェーン・マネジメントへの展開を見据えて

2017 年9月1日

DPM 研究舎

佐々木俊雄

- ＜もくじ＞ 第1章 現在の在庫管理論が抱える基本的な弱点
- 第2章 件数識別して受注量の平均と分散を求める数式の導出
- 2.1 受注量の平均を求める式
- 2.2 受注量の分散を求める式
- 第3章 受注量の標準モデル分布を正規分布で近似する
- 3.1 受注件数の分布の特徴、量/件の分布の特徴
- 3.2 エクセル関数を利用して受注件数の分布形状をみる
- 3.3 受注量の分布はどうなるか
- 3.4 標準モデル分布と近似正規分布との差；分布のすそ野に注目して
- 3.5 間欠需要の場合の補正方法
- 3.6 受注件数がポアソン分布ではない場合
- 3.7 正規分布で近似しない方法
- 第4章 まとめ；サプライ・チェーンを繋ぐ需要・供給の基本構造

＜要約＞ 需要をどう捉えるかは、在庫管理の適正性を左右する重要事項のひとつである。需要は、受注件数と1件当りの受注量（以下、量/件）の2つの構成要素から成る受注量として具体化される。しかし、現在の在庫管理論では単位時間での受注量を捉えるとき、受注件数と量/件を識別することはない。例えば最近よく聞く、1回の発注量を減らし発注回数を増やす多頻度小口発注。輸送効率低下の懸念に対する在庫削減効果を定量的に説明している例は見当たらない。あるいは、受注件数の平均が10件、量/件の平均が20個の場合と、件数の平均が20件、量/件の平均が10個の場合で、受注量の平均は200個となることは直観的にわかっていても、バラツキを考慮し、望む欠品率を維持するための必要在庫量を算出する方法は明示されていない。

本ペーパーは、単位時間での受注件数および量/件それぞれの平均と分散から、受注量の平均と分散を求める数式モデルの導出についてまとめたものである。平均と分散だけでなく、受注量の分布形状にも留意しなければならない。一般的には、それは正規分布することが多く、その仮定で欠品率や最大値を求める。しかし、平均受注件数が3～4件以下では、受注のないこともある間欠需要パターンとなり、その需要分布は正規分布に近似するとはいいいがたくなる。この領域でも、正規分布の特性を利用して、欠品率や最大値を計算するための補正方法を例示した。

商取引、物流の基本要素は発注と受注、そしてそれぞれの数量である。発注と対をなす受注の件数と量/件を識別して受注量を捉えることで、在庫管理ユニットの“出”と“入”りの対称性が回復する。また、件数が変動するのか、量/件が変動するのか、将来の需要予測もよりきめ細かにできるようになる。導出した受注量の数式モデルは、在庫管理論の再構築の拠り所となり、さらにはサプライ・チェーンのあらゆるリンクに適用できる普遍的な方程式となることが期待される。

第1章 現在の在庫管理論が抱える基本的な弱点

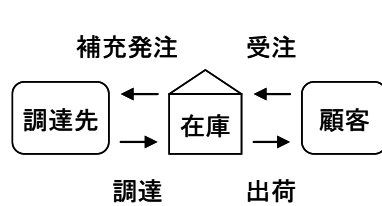


図 1-1 在庫管理基本モデル

在庫管理の基本モデルは図 1-1 に例示するように極めて単純である。欠品を少なくしようとするれば在庫は増え、在庫を少なくしようとするれば欠品が増える。在庫管理とは、簡単にいえば、欠品率の最小化と保有在庫の最少化とのせめぎ合いである。どれだけの在庫を保持し、いつ、いくつ、補充発注するか、その適正性が在庫管理の質を決めることになる。

在庫管理の重要項目は次の 3 点に要約できる。

- ◇ 需要(受注量) ; これまでの受注量と将来の需要はどのくらいあるか。
- ◇ 在庫 ; どれだけの在庫を保持しておかなければならないか。
- ◇ 補充 ; いつ、いくつ、補充発注をしなければならぬか。

この 3 項目の中で、最も重要で且つ注意を払わなければならないのが需要(受注量)である。どれだけの受注量があるかわからなければ、どれだけの在庫を保持すればいいかも、いつ、いくつ、補充発注しなければならぬのかも決められないからだ。

現在の在庫管理論では、ある期間(1 日、1 週間、1 カ月など)で受注した数量や将来、受注するであろう予測受注量を、平均と標準偏差で捉え、その分布は正規分布に近似することを前提に発注量や発注点を計算するのが一般的である。

小売店で、何かのイベントがあって来客数が 2 倍になると見込まれる場合と、販促キャンペーンで一人当たりの買上点数が 2 倍になると見込まれる場合とで、欠品しないように保持する在庫量に違いはでるのか。平均はどちらも 2 倍になることは直観的に分かって、バラツキを考慮した在庫保持量がどうなるか、定量的説明は見当らない。「どちらも同じだ」、とうそぶく専門家もいる。

B to B でも同じようなケースはよくある。顧客企業から来月以降発注量を 2 倍にするとの内示を受けたとする。顧客企業が定期不定量発注しているのか定量不定期発注しているのかで、受注側企業の在庫管理に違いはでないのか。補充発注するとき、定期不定量発注か定量不定期発注か、の議論は定番化しているが、受注するとき、定期不定量 受注 か定量不定期 受注 かの議論は聞いたことがない。在庫管理の基本機能を通して、もの、情報の捉え方が「入り」と「出」で異なっているのである。在庫管理ユニットがサプライ・チェーンの基本構成単位であることを考えるとき、各ユニット間の接続プロトコルの整合性と合理性に疑いの念を禁じ得ないのである。

このような在庫管理の基本的な部分にある不整合、不合理の原因は何か。既述した事象を眺め

れば、現在の在庫理論は、受注件数と 1 件当りの受注量を識別すること(以下、件量識別)なく、需要(受注量)を捉えているからではないか、という蓋然的推論が浮かび上がる。

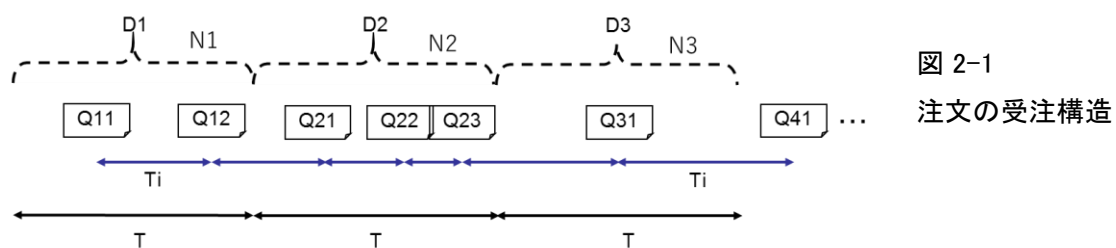
既述した事象の他にも、件量識別せずに需要を捉えることが要因ではないか、と考えられる在庫管理の問題は多い。本来なら、このようなところから問題提起し、主題に繋げる道筋も包含すべきではあるが、紙面の都合上、割愛せざるを得ない。本ペーパーでは、件量識別して需要(受注量)を捉える数式モデルの導出に焦点を合わせることにする。

第2章 件量識別して受注量の平均と分散を求める数式の導出

件量識別をして受注量を捉えることを換言すれば、受注件数の平均とその分散、1 件当りの受注量(以下、量/件)の平均とその分散が既知のとき、受注量の平均と分散を求める数式モデルを導出することである、とも言える。需要を具体的に捉えた受注量 D の構成要素は次の4つ。

- 受注間隔; T_i
- データ集計時間; T
- 受注1件当たりの受注量(量/件); Q
- T での受注件数; N ($N=T/T_i$)

基本要素は受注間隔 T_i 、データ集計時間 T 、量/件 Q の3つであるが、実際は受注件数 N の方が扱いやすく T_i の代わりに N を使い、 T 、 Q 、 N の3つの要素で D を捉えるのが一般的である。この3つはどれも変動しうる。説明をわかりやすくするために、ここでは T を一定とし、検討を進める。



3要素の関係を図 2-1 に示す。 Q_{11} 、 Q_{12} 、、、はそれぞれの注文の量/件を表す。最初の T 間に Q_{11} と Q_{12} の注文が来て受注件数は 2 件 (N_1)、受注量は D_1 ($D_1=Q_{11}+Q_{12}$) である。次の T 間には Q_{21} 、 Q_{22} 、 Q_{23} の 3 件 (N_2) の注文が来て受注量は D_2 ($D_2=Q_{21}+Q_{22}+Q_{23}$) である。そして次の注文は 1 件で、受注量は D_3 ($=Q_{31}$) である。

表 2-1 はデータ集計時間 T での受注量 D とその間の受注件数 N 、量/件 Q との関係を表にしたものである。

集計時間での 受注数量	集計時間での 受注件数	受注案件ごと受注数量内訳					
D	N	Q1	Q2	Q3	...	QN	...
D1	N1	Q11	Q12	Q13	...	Q1N1	...
D2	N2	Q21	Q22	Q23	...	Q2N2	...
D3	N3	Q31	Q32	Q33	...	Q3N3	...
...	...	...	...	...	...	...	...
Dm	Nm	Qm1	Qm2	Qm3	...	QmNm	...
...	...	...	...	...	...	...	...

表 2-1

データ集計時間 T での
受注量 D、受注件数 N、
量/件 Q の一覧表

2.1 受注量の平均を求める式

まず、受注量 D の合計と量/件 Q の合計は、次のようになることを確認しておく。

$$D1+D2+\dots+Dm = (Q11+Q12+\dots+Q1N1)+(Q21+Q22+\dots+Q2N2)+\dots+(Qm1+Qm2+\dots+QmNm)$$

D の合計を Dtotal、Q の合計を Qtotal として、左辺は Dtotal、右辺は Qtotal であるから、
Dtotal = Qtotal となる。Q の平均 $\bar{Q}$ は Qtotal を受注件数の総数 $\sum_{j=1}^m N_j$ で除して、次のようになる。

$$\bar{Q} = \frac{Q_{total}}{\sum_{j=1}^m N_j}$$

D の平均 $\bar{D}$ は Dtotal をデータ数 m で除して求められるが、Dtotal は、 $D_{total} = Q_{total} = \bar{Q} \cdot \sum_{j=1}^m N_j$ なので、次のようになる。

$$\bar{D} = \frac{D_{total}}{m} = \frac{\bar{Q} \cdot \sum_{j=1}^m N_j}{m}$$

受注総件数 $\sum_{j=1}^m N_j$ をデータ数 m で除したものが受注件数平均 $\frac{\sum_{j=1}^m N_j}{m} = \bar{N}$ であるから、

受注量の平均 $\bar{D}$ は次のようになる。

$$\bar{D} = \bar{Q} \cdot \bar{N}$$

2.2 受注量の分散を求める式

分散は、Q の分散成分、N の分散成分に分けて検討する。

<Q の分散成分>

Q を受注順に Q1、Q2、...、QN とする。D、N、Q1、Q2、...、QN は確率変数で、次式のようになる。

$$D = Q1 + Q2 + \dots + QN$$

D の Q の分散成分 $V[D]_q$ は、Q1、Q2、...、QN が互いに独立であるから、次式で表すことができる。

$$V[D]_q = V[Q_1] + V[Q_2] + \dots + V[Q_N]$$

ここでは Q は同一の母集団に属し、 $V[Q_1] = V[Q_2] = \dots = V[Q_N] = V[Q]$ となり、次のようになる。

$$V[D_1]_q = V[Q_{11}] + V[Q_{12}] + \dots + V[Q_{1N_1}] = V[Q] \cdot N_1$$

$$V[D_2]_q = V[Q_{21}] + V[Q_{22}] + \dots + V[Q_{2N_2}] = V[Q] \cdot N_2$$

⋮

$$V[D_m]_q = V[Q_{m1}] + V[Q_{m2}] + \dots + V[Q_{mN_1}] = V[Q] \cdot N_m$$

$V[D_1]_q$ から $V[D_m]_q$ まで合計するとつぎのようになる。

$$\sum_{j=1}^m V[D_j]_q = V[Q] \cdot \sum_{j=1}^m N_j$$

データ数 m で除して、 $\frac{\sum_{j=1}^m N_j}{m} = \bar{N}$ であるから、 $V[D]_q$ は次のようになる。

$$V[D]_q = \frac{\sum_{j=1}^m N_j}{m} \cdot V[Q] = \bar{N} \cdot V[Q]$$

< N の分散成分 >

Q と N は互いに独立として、Q の分散 $V[Q]$ を限りなく 0 に近づけると、Q は定数 $\bar{Q}$ となる。

$$\lim_{V[Q] \rightarrow 0} Q = \bar{Q}$$

$\bar{Q}$ を定数とすると、確率変数 D および N は、次の式で表すことができる。

$$D = \bar{Q} \cdot N$$

確率変数 X、定数 a のとき、 $a \cdot X$ の分散は、分散公式 $V[a \cdot X] = a^2 \cdot V[X]$ から、D の N の分散成分 $V[D]_n$ は次のようになる。

$$V[D]_n = \bar{Q}^2 \cdot V[N]$$

N の分散成分 $V[D]_n$ と Q の分散成分 $V[D]_q$ 間は分散の加法性が成立し、D の分散 $V[D]$ は、

$$V[D] = V[D]_n + V[D]_q = \bar{Q}^2 \cdot V[N] + \bar{N} \cdot V[Q]$$

となり、 $V[D]$ を V_d に、 $V[N]$ を V_n に、 $V[Q]$ を V_q に置き換えて、

$$V_d = \bar{Q}^2 \cdot V_n + \bar{N} \cdot V_q$$

となる。まとめると、次のようになる。

$$\bar{D} = \bar{Q} \cdot \bar{N} \quad \text{----式(1)}$$

$$V_d = \bar{Q}^2 \cdot V_n + \bar{N} \cdot V_q \quad \text{----式(2)}$$

また、分布が正規分布に近似するとして、安全係数を考慮した D の最大 $D_{\max}$ は次のようになる。

$$D_{\max} = \bar{D} + \alpha \cdot \sqrt{V_d} \quad \text{----式(3)} \quad (\alpha: \text{安全係数})$$

この 3 つの式が受注量の平均と分散、最大を求める基本式である。

第3章 受注量の標準モデル分布を正規分布で近似する

3.1 受注件数の分布の特徴、量/件の分布の特徴

データ集計時間 T での受注件数の平均 $\bar{N}$ 、その分散 V_n 、量/件の平均 $\bar{Q}$ 、その分散 V_q から受注量の平均 $\bar{D}$ とその分散 V_d を求める式を導き出した。しかし、平均と分散がわかっていても、分布形状は様々。どの程度の在庫を保持し、いつ、いくつ、補充発注するか、在庫管理に使うためには、分布形状を知る必要がある。

既にわかっているいくつかの分布形状(確率分布)と数式(特性関数)はある。個別データの分布形状に合う既知の分布を選択して使うことは可能であろう。しかし、どの分布モデルが合うのかの判断、選定だけでも難解で、労力がいる。特殊な環境では可能かもしれないが、実用的ではない。

幸いにも、受注量はおおむね正規分布に近似することが経験的に知られている。多くの場合、母集団がどんな分布であっても、それから無作為に抜き取られたサンプルの平均は、サンプルサイズを大きくしたとき近似的に正規分布に従う、とする中心極限定理で説明される。とは言え、間欠需要など、正規分布とはならない事例も散見されることを無視するわけにはいかない。

ここで、先に導出した受注量の基本式の平均と分散を正規分布と仮定した場合、実際の受注量の分布とどの程度のズレが生じるのか等について、理解しておく必要がある。

既述のように、受注量の構成要素は T 間の受注件数 N と量/件 Q である。もともと需要は時間の経過とともに受注という形で具体化する。その件数 N を時発生データと呼んでおく。一方 Q は、受注案件ごとに様々な数量となるので、受注案件に属する属性データとみることができる。

時発生データ N と属性データ Q はどのような分布となるのか。一般にランダムに到着する来客数や受注件数 N のような時発生データはポアソン分布によく合うことが知られている。一方、 Q のような属性データは正規分布することが多い。この知見を是として、つまり、 N はポアソン分布に、 Q は正規分布に従うとして、受注量 D の分布形状について、統計論的視点をベースに検討を行う。

3.2 エクセル関数を利用して受注件数の分布形状をみる

統計学を振りかざして、数式をこねまわし、理を追いかけても、魑魅魍魎の世界に入り込むがごとし。ここではそれを避け、実用的視点から身近にあるエクセルで用意されているポアソン分布と正規分布の関数を利用して、受注量の分布状態がどうなるかを調べてみる。使う関数は次の2つ。

ポアソン分布関数;POISSON.DIST(イベント数、平均、関数形式)

正規分布関数;NORM.DIST(X、平均、標準偏差、関数形式)

基本的には、受注量 D は、ポアソン分布する受注件数 N と正規分布する量/件 Q で表すことができる。まず、 N はどうなるか。例えば、 N の平均 $\bar{N}$ が 3 件のとき、 N が 0、1、2、3 件、、、の発生確率は、エクセルの関数を使って、算出すると次のようになる。

$N=0$ の確率;POISSON.DIST(0、3、FALSE)=0.0498・・・

$N=1$ の確率;POISSON.DIST(1、3、FALSE)=0.1494・・・

$N=2$ の確率;POISSON.DIST(2、3、FALSE)=0.2240・・・

$N=3$ の確率;POISSON.DIST(3、3、FALSE)=0.2240・・・

・・・

N の分布に Q の分布が重なって D の分布となる(具体的な分布形状の例は図 3-2～図 3-6 を参照)。 Q の分布の平均を $\bar{Q}$ 、標準偏差を Sq とすると、 $N=1$ 件のときの D の分布は、 Q の分布そのものである。 $N=2$ 件のときは、 Q の分布が 2 回加算されることになる。一般的には、 N のときの D の分布は Q の分布が N 回加算されることになり、その平均は $\bar{Q} \cdot N$ となる。 Q の標準偏差を Sq として、その分散は Sq^2 。分散の加法性が成立するので D の分散は $Sq^2 \cdot N$ となり、標準偏差は $Sq \cdot \sqrt{N}$ 。 Q の変動係数を Cq ($Cq = Sq/\bar{Q}$) として、 $Sq \cdot \sqrt{N} = \bar{Q} \cdot Cq \cdot \sqrt{N}$ となるので、 Q の正規分布の確率は、NORM.DIST(X、 $\bar{Q} \cdot N$ 、 $\bar{Q} \cdot Cq \cdot \sqrt{N}$ 、FALSE)となる。

$\bar{Q}=5$ 個、変動係数 $Cq=0.2$ とすると、 N が 1 件での D の発生確率は、次のようになる。

D が 1 の確率;0.1494xNORM.DIST(1、5、5x0.2、FALSE)=0.000019989 -----D(1)N(1)

D が 2 の確率;0.1494xNORM.DIST(2、5、5x0.2、FALSE)= 0.000661946 -----D(2)N(1)

D が 3 の確率;0.1494xNORM.DIST(3、5、5x0.2、FALSE)= 0.008064156 -----D(3)N(1)

・・・

N が 2 件での D の発生確率は、次のようになる。

D が 1 の確率;0.2240xNORM.DIST(1、5x2、5x0.2x $\sqrt{2}$ 、FALSE)= 1.01452E-10 ----D(1)N(2)

D が 2 の確率;0.2240xNORM.DIST(2、5x2、5x0.2 x $\sqrt{2}$ 、FALSE)= 7.11233E-09 ---D(2)N(2)

D が 3 の確率;0.2240xNORM.DIST(3、5x2、5x0.2 x $\sqrt{2}$ 、FALSE)= 3.02424E-07 ---D(3)N(2)

・・・

同様にして N が 3、4、5 件、、、での D の確率を計算する。どこまで N を計算するかについては、 N の発生確率が実用上十分に小さくなれば、それ以降を省略してもかまわない。最後に、

D が 1 の確率= $D(1)N(1)+D(1)N(2)+D(1)N(3)+\dots$

D が 2 の確率= $D(2)N(1)+D(2)N(2)+D(2)N(3)+\dots$

D が 3 の確率= $D(3)N(1)+D(3)N(2)+D(3)N(3)+\dots$

・・・

と集計して、 D の確率分布を求める。このようにして求めた分布を「標準モデル分布」と呼んでおく。

表 3-1 は D の確率分布を求めるエクセル表の一例である。

量/件の平均Q	5	POISSON.DIST(N,N̄, FALSE) x NORMDIST(D, Q̄ · N, Q̄ · Cq · √N̄, FALSE)									
Qの変動係数Cq	0.2										
受注件数平均N̄	3										
受注件数N →	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
受注数量D											
0	0.04978707	2.2206E-07	8.7773E-13	2.6708E-18	6.4647E-24	1.2929E-29	2.1992E-35	0	0	0	0
1		1.9989E-05	1.0145E-10	3.3553E-16	8.467E-22	1.7362E-27	3.0029E-33	0	0	0	0
2		0.00066195	7.1123E-09	3.0203E-14	8.6366E-20	1.9089E-25	3.4709E-31	0	0	0	0
3		0.00806416	3.0242E-07	1.9481E-12	6.8609E-18	1.7184E-23	3.3959E-29	0	0	0	0
4		0.03614104	7.7996E-06	9.0034E-11	4.2447E-16	1.2664E-21	2.8125E-27	0	0	0	0
5		0.0595865	0.00012201	2.9815E-09	2.0452E-14	7.6417E-20	1.9717E-25	0	0	0	0
6		0.03614104	0.00115757	7.0746E-08	7.6746E-13	3.7752E-18	1.1701E-23	0	0	0	0
7		0.00806416	0.00666134	1.2028E-06	2.2428E-11	1.527E-16	5.8776E-22	0	0	0	0
8		0.00066195	0.02325036	1.4653E-05	5.1047E-10	5.0566E-15	2.4992E-20	0	0	0	0
9		1.9989E-05	0.04922101	0.00012791	9.0483E-09	1.371E-13	8.9955E-19	0	0	0	0
10		2.2206E-07	0.06320103	0.00080005	1.2491E-07	3.0433E-12	2.7407E-17	0	0	0	0
11		9.075E-10	0.04922101	0.00358558	1.3429E-06	5.5309E-11	7.0684E-16	0	0	0	0
12		1.3644E-12	0.02325036	0.01151428	1.1244E-05	8.2298E-10	1.5431E-14	0	0	0	0
13		7.5461E-16	0.00666134	0.02649408	7.3319E-05	1.0026E-08	2.8516E-13	0	0	0	0
14		1.5354E-19	0.00115757	0.04368135	0.00037234	1E-07	4.4606E-12	0	0	0	0
15		1.1493E-23	0.00012201	0.05160342	0.00147265	8.1662E-07	5.9064E-11	0	0	0	0
16		3.1647E-28	7.7996E-06	0.04368135	0.00453609	5.4599E-06	6.6202E-10	0	0	0	0

n	合計
0	2.9021E-83
0	4.156E-81
0	5.5414E-79
0	6.8792E-77
0	7.9513E-75
0	8.5569E-73
0	8.5738E-71
0	7.9985E-69
0	6.9474E-67
0	5.6185E-65
0	4.2305E-63
0	2.9658E-61
0	1.9359E-59
0	1.1765E-57
0	6.6569E-56
0	3.507E-54
0	1.7202E-52
0	7.8561E-51

表 3-1 ポアソン分布する N と正規分布する Q から D の分布を求めるエクセル表の一例

この表を使って D の分布形状をみる。Q を 1 個、Cq を 0 とすると (0 にするとエラーとなるので 0.001 以下の数値を入れる)、D の分布は N の分布でもある。その一例を図 3-1 に示す。N の平均が 0.5、1、2、...、5 件のときの N が 0、1、2、...、10 件の発生確率を示している。例えば N の平均が 1 件では N がゼロ (注文がない) の発生確率はおおよそ 37%、N が 1 件の発生確率も同じく約 37%、N が 2 件の発生確率は約 18%、...となる。N は受注件数なのでプラスの整数値しかとらず、離散型の分布となる。N の平均値は小数値でも構わない。N の分布の特徴は、

- ① N がゼロの発生確率がある (注文のないことがある)
- ② N の平均が小さくなると分布形状は非対称となる
- ③ N の平均が大きくなる (4~5 件以上) と分布形状は対称形となり、正規分布に似てくる

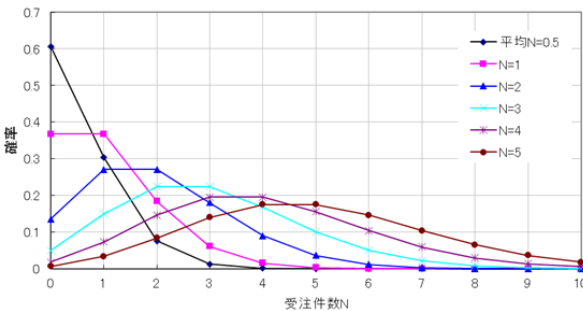


図 3-1
ポアソン分布に従う受注件数 N の分布例

3.3 受注量の分布はどうなるか

次に、Q が 2 個以上になると受注量の分布はどうなるか。N の平均が 1 件の場合についてみる。図 3-2 は Q=1 個のときの受注量 D の分布を棒グラフで示したもので、これは図 3-1 の N の

平均 1 件の分布を棒グラフにしたものである。

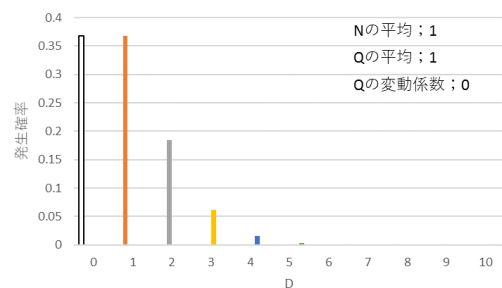


図 3-2 Q=1 の受注量 D の分布

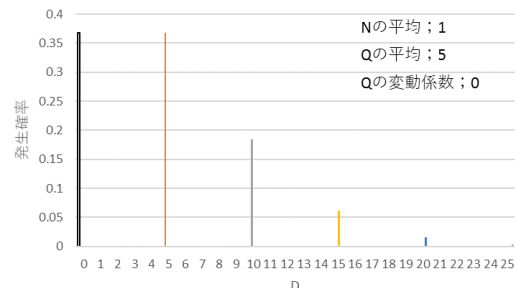


図 3-3 Q=5 のときの需要量 D の分布

図 3-3 は $Q=5$ 件のときの D の分布である。棒の位置が 5、10、15、の位置になっている。 $Q=10$ 件であれば棒の位置は 10、20、30、の位置となる。つまり、棒が Q 倍の位置になる。

図 3-4 は Q の平均が 5 個で変動係数 0.2 の正規分布に従うときの D の分布である。図 3-3 では棒状であったものが山形状に広がる。橙色の曲線は D のトータルで、エクセル関数で計算した分布（標準モデル分布）であり、青色の曲線は式 (1)、式 (2) の受注量の基本式で計算した正規分布（近似正規分布）である。両者の分布形状にはかなりの違いがある。図 3-5 は N の平均を 3 件としたときの D の標準モデル分布と近似正規分布の分布形状である。

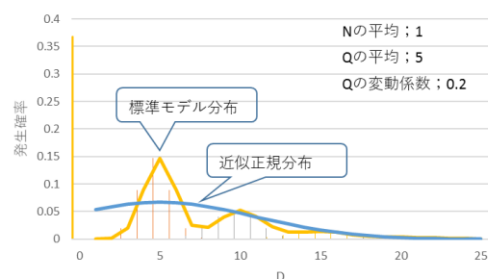


図 3-4 D の標準モデル分布と近似正規分布

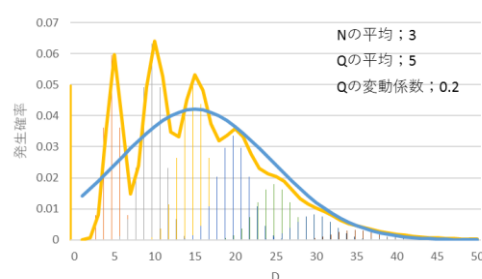


図 3-5 N の平均が 3 のときの両分布

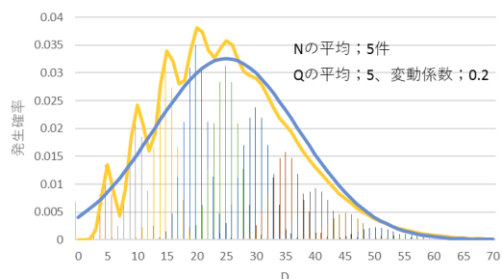


図 3-6 N の平均が 5 のときの両分布

図 3-6 は N の平均を 5 件にしたときの D の標準モデル分布と近似正規分布の分布形状である。

受注量 D の分布形状は受注件数 N が大きくなるに従い正規分布に近似してくるが、量/件 Q およびその変動係数によって分布形状が歪められる。

3.4 標準モデル分布と近似正規分布との差; 分布のすそ野に注目して

在庫管理の視点から重要なポイントは、欠品率をある値以下にするための必要在庫量を知ることである。欠品率は、例えば正規分布の標準偏差(σ)の 2σ の位置だとすればその右側(すその側)の面積比率が 2σ でのそれである(図 3-7 参照)。式で表せば、欠品率=1-累積確率、とも表せる。通常、欠品率は数%以下、標準偏差で言えば、 $2\sigma \sim 3\sigma$ 近辺である。近似正規分布を使うためには、この領域での標準モデル分布とのズレがどの程度あるかを知る必要がある。

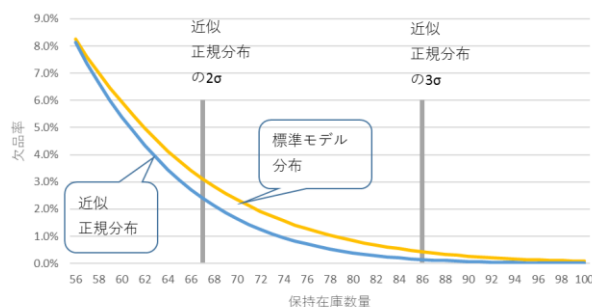


図 3-7
近似正規分布の 2σ と 3σ の位置と
標準モデル分布

分布の 2σ 、 3σ の位置に注目し、前項で調べた分布形状をみると、受注件数の平均が 5 件以上では、標準モデル分布と近似正規分布の差は小さくなることが判る。しかし、受注件数の平均が 3~4 件以下では正規分布に近似しているとはいいがたく、さらに詳細に調べる必要がある。

先ず、近似正規分布の $2\sigma \sim 3\sigma$ のときの欠品率と、標準モデル分布の欠品率を比較して、その差がどの程度かをみる。Q=10 個でその変動係数を 0.1、0.2、0.3 のときの欠品率の差を調べてみた。近似正規分布の 2σ の位置で欠品率の差を比較したときの一例を図 3-8 に示す。図 3-9 は同じ条件で 3σ の位置で比較した例である。

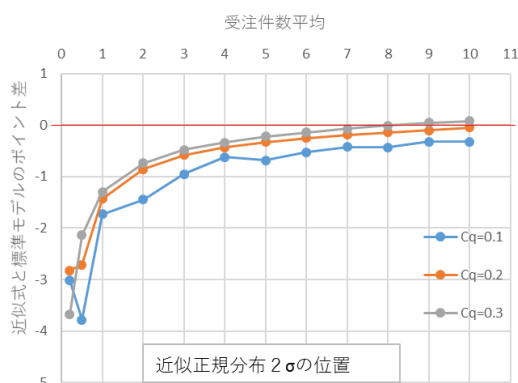


図 3-8 欠品率の差(2σ の位置)

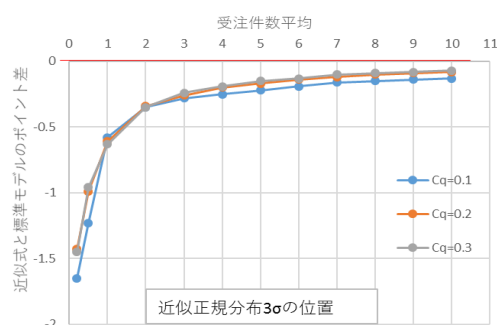


図 3-9 欠品率の差(3σ の位置)

特徴をまとめると、

- ① 受注件数平均が 3～4 件以上は差が 1 ポイント以内である
- ② 受注件数平均 2 件以下で差が大きくなり、3σより2σの位置での差が大きい

実用的な視点からみれば、1 ポイント程度の差は許容できると考えられ、 $\bar{N}$ が 3～4 件以上の領域で近似正規分布を使うことはできる。しかし、それ以下では差が大きすぎるようである。

3.5 間欠需要の場合の補正方法

標準モデル分布と近似正規分布の差をみると $\bar{N}$ が 3～4 件以下で大きくなってる。これはポアソン分布で $\bar{N}$ が 3～4 件以下のとき、正規分布に近似しなくなる傾向と一致する。つまり、標準モデル分布と近似正規分布の差が大きくなるのは、ポアソン分布と正規分布の違いに起因し、 $\bar{N}$ が 3～4 件以下で顕著になる、と同時に N がゼロとなる確率が高くなる領域でもある。

N がゼロとは、データ集計時間に受注がない場合であり、そのような需要パターンは間欠需要と呼ばれている。つまり、ザックリと言えば、間欠需要のとき、標準モデル分布と近似正規分布の差が大きくなり、それを縮小するための補正が必要だ、ということになる。

補正項は図 3-8 や図 3-9 と正負が逆のカーブが有効であろう。幾通りかの式が考えられるが、補正値を δ とし、次の式を一例として挙げておく。

$$\delta = 1 + \frac{1}{2} \cdot \bar{N}^2 - \frac{1}{2} \cdot \bar{N} \cdot \sqrt{\bar{N}^2 + 4}$$

N が 0～6 件に対する δ は図 3-10 のようなカーブとなる。 δ を受注量分散の基本式(2)に次のように加える。

$$Vd = \bar{Q}^2 \cdot Vn \cdot (1 + \delta) + \bar{N} \cdot Vq$$

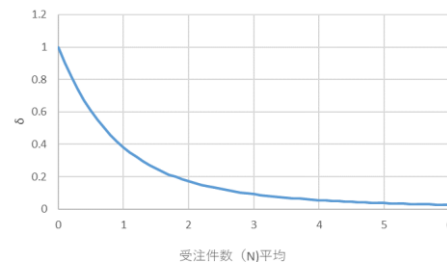


図 3-10 補正項のカーブ

補正を加えた式で算出した近似正規分布と標準モデル分布の差を図 3-11(2σの位置)と図 3-12(3σの位置)に示す。補正は有効であるといえる。

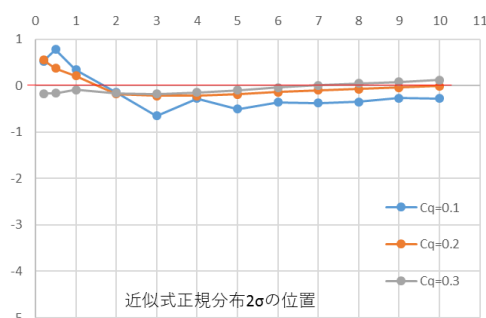


図 3-11 補正後の両分布の差(2σの位置)

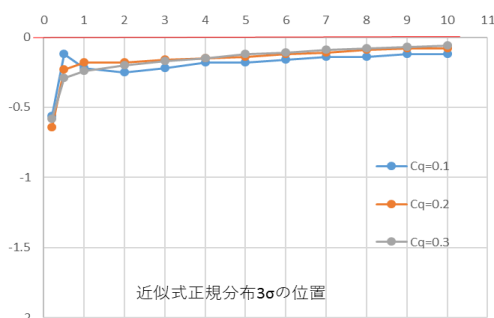


図 3-12 補正後の両分布の差(3σの位置)

3.6 受注件数がポアソン分布ではない場合

受注件数はポアソン分布、量/件は正規分布することを前提として需要量の標準モデル分布を検討してきた。図 2-1 で説明したように、データ集計時間 T の間に受注間隔 T_i で到着する注文が受注件数 N である。受注件数がポアソン分布するとき、受注間隔は指数分布することがわかっている。指数分布はランダムに到着する注文の時間間隔の分布としても知られている。

ここで考慮しておきたいことは、受注間隔が指数分布ではないとき、受注件数の分布はどうなるか、である。例えば、発注元(顧客)の多くが定期発注していれば、受注間隔にはある規則性が伴い指数分布ではなくなる。

受注間隔がアーラン分布($k=2$)の場合と一樣分布の場合で受注件数の分布がどうなるか、指数分布の場合と合わせてシミュレーションで確かめてみる。アーラン分布は k 個の指数分布の和の分布であり、一樣分布はある範囲で一定の確率の分布である。図 3-13 に平均 10 の指数分布、アーラン分布($k=2, k=4$)、一樣分布、正規分布の例を示す。

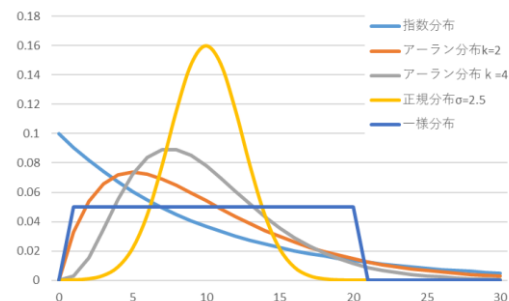


図 3-13 指数、アーラン、正規、一樣分布

シミュレーションで確かめた結果の一例を図 3-14 に示す。用いたシミュレーションソフトは、SIMUL8 (Design Technologies Inc.)である。

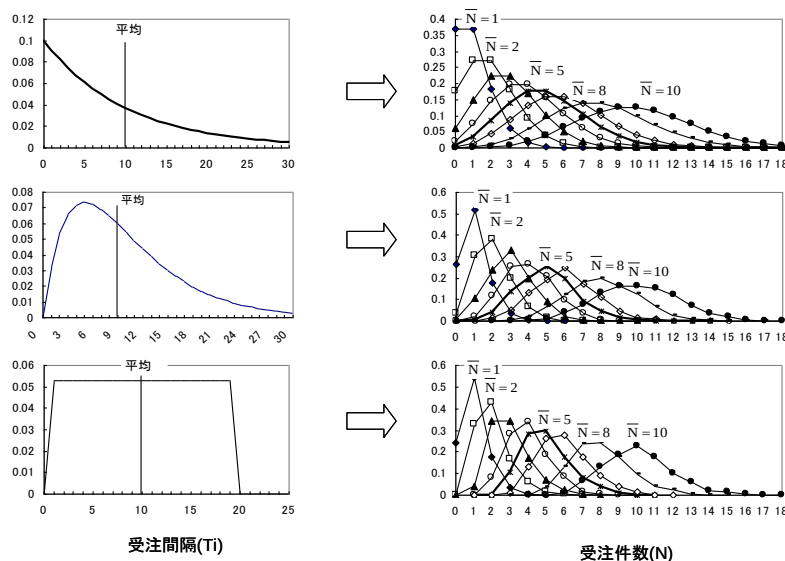


図 3-14

受注間隔 T_i の分布(上から指数分布、アーラン分布、一樣分布)と夫々の受注件数 N の分布の一例、縦軸は確率

受注間隔が指数分布しない場合は受注件数の分布はポアソン分布とはならないが、図 3-14 を

みてわかるように、アーラン分布でも一様分布でも、 $\bar{N}$ が概ね 4～5 件以上では正規分布に近似する。正規分布に近似する現象は、多くの場合、母集団がどのような分布であっても、それから無作為に抜き取られたサンプルの平均は、サンプルサイズを大きくしたとき、近似的に正規分布に従う、とする中心極限定理でも説明できる。

受注間隔が指数分布以外のアーラン分布、一様分布のときの受注件数の分布はポアソン分布より分散が小さくなるが、分布形状にかかわらず、式(1)、式(2)は成立するので平均、分散の値に問題はない。また、受注件数ゼロの確率も小さくなり、間欠性、受注件数の非対称性が緩和され、補正值は若干小さくする必要があるかもしれないが、実用的な視点からは無視しても大きな影響はないと考えられる。

3.7 正規分布で近似しない方法

この章では受注量の分布が正規分布に近似するという条件で標準モデル分布との欠品率の差をみてきた。 $\bar{N}$ が 4～5 件以上の領域では受注量の分布形状は視覚的にも正規分布に近似することが分かるが、それ以下の領域では受注件数が 0 となる確率が高くなり分布形状は著しく左右非対称となる。そのため、正規分布を使って欠品率などを計算するときは補正が必要になることは既述した通りである。しかし、図 3-4 や図 3-5 をみてわかるように、分布の右側すそ野の領域では差がないが山の右側中腹付近から左方では、両者の分布形状の差は大きくなる。補正をしたとしても、正規分布での近似は 2σ以上を推奨する理由はここにある。

これを避ける方法として、エクセルで計算した標準モデル分布そのもので欠品率を計算する方法が有効である。表 3-1 は ポアソン分布する N と正規分布する Q から D の分布を求めるエクセル表であるが、エクセルで使える分布関数(ガンマ分布、アーラン分布、正規分布等、)であればどれでも使える。実際の分布に近似できる分布関数があれば、それを選び、求めた D の標準モデル分布から直接、欠品率等を計算することができる。

第4章 まとめ ; サプライ・チェーンを繋ぐ需要・供給の基本構造

ここまで、在庫管理論を再構築するために、受注量(需要)をできるだけ正確に、より簡単に捉える方法を追求してきた。データ収集時間 T での受注件数の平均を $\bar{N}$ 、その分散を V_n 、量/件の平均を $\bar{Q}$ 、その分散を V_q として、受注量の平均 $\bar{D}$ 、その分散 V_d は次のようになる。

$$* \quad \bar{D} = \bar{Q} \cdot \bar{N} \quad \text{-----式(1)}$$

$$* \quad V_d = \bar{Q}^2 \cdot V_n + \bar{N} \cdot V_q \quad \text{-----式(2)}$$

間欠需要の場合(平均受注件数が 3～4 件以下)は補正する。

$$V_d = \bar{Q}^2 \cdot V_n \cdot (1 + \delta) + \bar{N} \cdot V_q$$

補正值 δ は下記の式で算出する。

$$\delta = 1 + \frac{1}{2} \cdot \bar{N}^2 - \frac{1}{2} \cdot \bar{N} \cdot \sqrt{\bar{N}^2 + 4}$$

* $D_{\max} = \bar{D} + \alpha \cdot \sqrt{V_d}$ ----- 式(3) α 安全係数 (α は 2 以上を推奨)

注記) N および Q の分布をエクセルで使える分布関数(ガンマ分布、アーラン分布、正規分布等、)で代表できる場合は、それで計算した D の分布から欠品率等を直接計算できる。(参照; 3.7 正規分布で近似しない方法)

これらの式で重要なことは、式(1)は、受注量の平均 $\bar{D}$ は、量/件の平均 $\bar{Q}$ と受注件数の平均 $\bar{N}$ の積であり、式(2)は、受注量の分散 V_d は、受注件数の分散 V_n の $\bar{Q}^2$ に比例し、量/件の分散 V_q の $\bar{N}$ に比例する、という受注量の論理構造を示していることである。

需要は、ある数量の注文を受け手側で受注し、受注量となり具体化する。受注量を決めるもつとも基本的な要素は受注件数と量/件である。商取引の、そしてサプライ・チェーンの基本要素でもある。これほどまでに普遍的な受注件数と量/件。両者を識別することなく、在庫管理論を正しく説明しえないことは、ほぼ、自明ではないか。

現在の在庫管理論のところどころにある不合理な部分は、式(1)、式(2)、式(3)をベースにして考察すれば、なぜ不合理なのか、その理由に思い当たるはずだ。理由がわかれば、それぞれの環境に応じた解決策にたどり着くことが容易になるのではないか。

例えば、輸送効率の低下を懸念する物流担当者と多頻度小口発注を支持する在庫管理者の対峙。多頻度小口発注の在庫削減効果を定量的に評価できることが分かれば、両者間の不毛な議論に終止符を打つことになる。あるいは、先々、客数が変動するのか、1人当りの買上数が増えるのかを分析することで、これまで以上の需要予測精度の向上が期待できる。

需要(受注量)を正しく捉えていない現在の在庫管理論、関連する生産管理論そしてサプライ・チェーン・マネジメント論はこのままでいいのか。再構築する時期に来ているのではないか。それほど大がかりな改造ではない。3つの式を使うことで、不合理な式や説明に悩まされることなく、驚くほどシンプルな在庫理論を再構築することができる。さらには、サプライ・チェーンを繋ぐ基本理論として共有され、その普遍性を広げてゆくことになるであろう。